## Contenido

SEMANA 1

ARITMETICA

La aritmética es una de las ramas de las matemáticas que más se utiliza en la vida diaria. En el hogar, cuando se distribuye el sueldo para pagar los gastos del mes, para realizar las compras en el supermercado, para preparar una comida y hasta para repartirla; en el deporte, los campos de juego tienen medidas específicas, un número determinado de jugadores y tiempos de juego y de descanso; en el estudio hay horarios que cumplir, las asignaturas se matriculan por créditos y se deben aprobar determinado número de estas por cada semestre que dure la carrera.

Toda situación que contenga cantidades se puede expresar como una expresión aritmética, basta con pasar dicha situación en un lenguaje más específico como es el lenguaje matemático y luego pasar a la solución de dicho problema aplicando las operaciones matemáticas adecuadas respetando las propiedades de los conjuntos numéricos y de las expresiones aritméticas.

**CONFRONTANDO MI SABER "ARITMÉTICA"**

En el siguiente link, encontrarás una serie de preguntas sobre situaciones en contexto, aplicando conjuntos numéricos y propiedades de las expresiones aritméticas, las cuales debe resolver con papel y lápiz antes de seleccionar la respuesta adecuada.

https://h5p.org/h5p/embed/560225

# 1 CONJUNTOS NUMÉRICOS (NÚMEROS REALES)

Antes de empezar a clasificar el conjunto de los números reales, que darán inicio las operaciones básicas que te abrirán el camino para resolver ejercicios en contexto aplicando conjuntos numéricos y sus propiedades, observa con detenimiento el siguiente video "La Historia de los Números a través del Tiempo". (Rivera, 2015).

| |
|---|
| *""Los distintos tipos de números reales se inventaron para cumplir con necesidades específicas. Por ejemplo, los números naturales se necesitan para contar, los números negativos para describir deudas o temperaturas bajo cero grados, los números racionales para conceptos como "medio litro de leche", y los números irracionales para medir ciertas distancias como la diagonal de un cuadrado." (Stewart)* |
| |

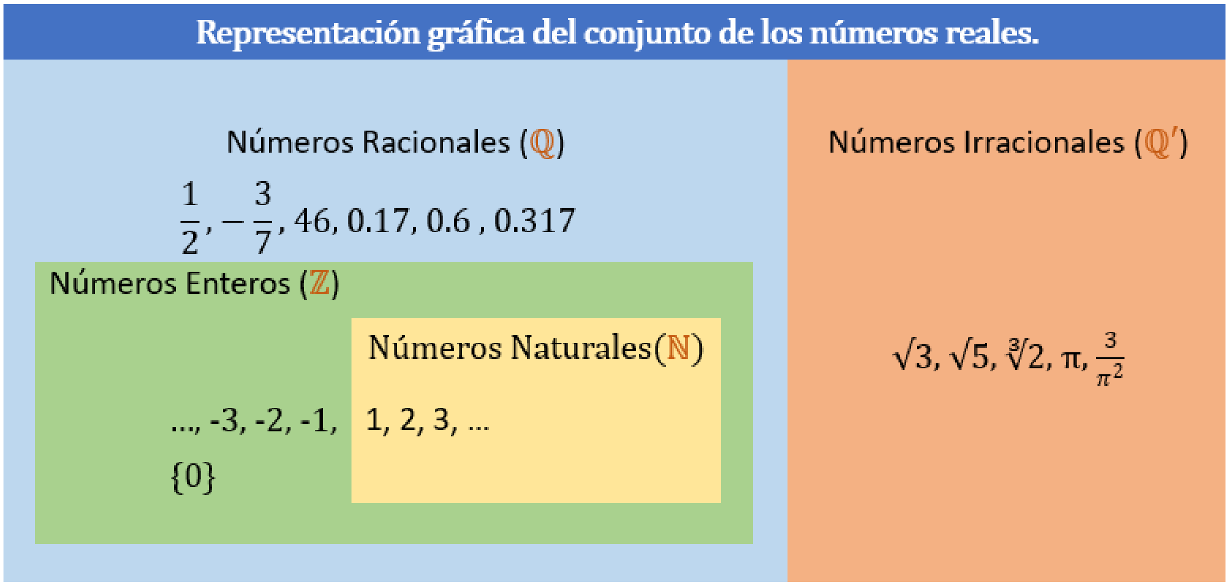



Figura 1. Conjuntos numéricos (adaptado del libro Precálculo de Stewart.

Es el conjunto de números formado por la unión de los números Racionales e Irracionales. Se denota por $\mathbb{R}$ y se representa así:

$$\mathbb{R} = \{\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'\}$$

### 1.1 Conjunto de los Naturales (N):

El conjunto se formalizó para dar respuesta a la necesidad de contar en una base generalizada, la base 10. Con los dígitos se forma cualquier número natural. El conjunto de los números naturales se denota por N y se presenta así:

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4 \ldots\}$$

### 1.2 Conjunto de los Enteros ($\mathbb{Z}$):

El conjunto surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, esta sustracción no tiene solución en los números Naturales. Por ejemplo: 5-20? Se denota por $\mathbb{Z}$ y se representa así:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots 1, 2, 3, 4 \ldots\}$$

### 1.3 Conjunto de los Racionales ($\mathbb{Q}$):

El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$, está compuesto por los números que son cocientes de dos enteros, siempre y cuando el denominador sea diferente de cero.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \text{ y } q \text{ son números}, q \neq 0 \right\}$$

Los números racionales se ubican en una de las siguientes características: Ser entero, tener una expresión decimal finita, o tener una expresión decimal infinita periódica.

$$\frac{10}{2} = 5 \qquad \frac{30}{8} = 3{,}75 \qquad \frac{2}{3} = 0{,}66666666\ldots\ldots\ldots$$

### 1.4 Conjunto de los Irracionales ($\mathbb{Q}'$):

Es el conjunto de números cuya expresión decimal no es finita ni periódica, estos números no pueden transformarse en una fracción. Se denota con la letra $\mathbb{Q}'$
Como ejemplos de ellos tenemos todas las raíces no exactas como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc., igualmente, el número $\pi$, la constante e de la base de los logaritmos naturales, entre otros.

### 1.5 Conjunto de los complejos:

Es el conjunto formado por la unión de los números reales y los números imaginarios, incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los reales. Un número complejo puede representarse de la forma a $a + bi$, que es la suma de un número real y un número imaginario. Se denota por C y se representa así:

$$\mathrm{C} = \{\mathcal{R} \cup i\}$$

Los números imaginarios son números complejos, cuya parte real es igual a cero, por ejemplo: los números 5*i*, *i* o –*i* son números imaginarios, donde la letra i denota la raíz cuadrada de -1
$\left(i = \sqrt{-1}\right)$, por lo tanto $i^2 = -1$

Con la escena interactiva de la página 19 del libro interactivo de aprendizaje Matemáticas Operativas, podrás practicar, identificando a qué conjunto numérico pertenece el número dado.

### 1.6 PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES EN R

Las operaciones de suma y producto definidas en los reales cumplen ciertas propiedades. Veamos algunas de ellas: Sean a, b y c números reales cualesquiera.

| Propiedades | Suma | Producto |
| --- | --- | --- |
| Asociativa | a+(b+c)=(a+b)+c | a· (b·c)=(a·b) ·c |
| Conmutativa | a+b=b+a | a·b=b·a |
| Elemento neutro | $a + 0 = 0 + a$ | $a \cdot 1 = 1 \cdot a$ |
| Existencia del inverso | $a + (-a) = (-a) + a = 0$ | $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1, si\ a \neq 0$ |
| Distributiva del producto con respecto a la suma | $c \cdot (a + b) = ca + cb$ | |

**Eliminación de signos de agrupación**

Cuando se eliminan signos de agrupación (llaves, corchetes o paréntesis), por lo general, lo más conveniente es eliminar los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves, de adentro hacia afuera; es decir, desde lo más interno. Se debe tener en cuenta la operación de los signos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| + | POR | + | = | + |
| - | POR | - | = | + |
| + | POR | - | = | - |
| - | POR | + | = | - |

**Ejemplo 1**. Aplicación de propiedades en $\mathbb{R}$

| Propiedades | Suma | Producto |
|---|---|---|
| Asociativa | $5+(6+7)=(5+6)+7$<br>$5+(13)=(11)+7$<br>$18=18$ | $5\cdot(6\cdot7)=(5\cdot6)\cdot7$<br>$5\cdot(42)=(30)\cdot7$<br>$210=210$ |
| Conmutativa | $5+6=6+5$<br>$11=11$ | $5\cdot6=6\cdot5$<br>$30=30$ |
| Elemento neutro | $5+0=0+5$<br>$5=5$ | $5\cdot1=1\cdot5$<br>$5=5$ |
| Existencia del inverso | $5+(-5)=(-5)+5$<br>$5-5=-5+5$<br>$0=0$ | $5\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\cdot5=1$<br>$\frac{5}{5}=\frac{5}{5}=1$<br>$\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=1$ |
| Distributiva del producto con respecto a la suma | $7\cdot(5+6)=7\cdot5+7\cdot6$<br>$7\cdot(11)=35+42$<br>$77=77$ | |

**Ejemplo 2**. Operaciones con los reales, aplicando sus propiedades

La jerarquía para la eliminación de los signos de agrupación es la siguiente:

- Primero los paréntesis

- Segundo los corchetes y
- Tercero las llaves.

A su vez las operaciones matemáticas con números enteros en las que se encuentren multiplicaciones, sumas y aún exponentes, la jerarquía es la siguiente:

- Primero: Potencias, raíces y funciones
- Segundo: Multiplicaciones y divisiones que estén en paréntesis, en corchetes y en llaves.
- Tercero: Sumas y restas.

En la siguiente imagen podrás visualizar el orden jerárquico de la realización de las operaciones aritméticas en el momento de eliminar signos de agrupación.


La jerarquía de las operaciones

| | | |
|---|---|---|
| P | Paréntesis primero | 10 × (4 + 2) = 10 × 6 = 60 |
| E | Exponentes | 5 + 2² = 5 + 4 = 9 |
| M | Multiplicar o | 10 - 4 × 2 = 10 - 8 = 2 |
| D | Dividir | 10 + 6 ÷ 2 = 10 + 3 = 13 |
| A | Antes de | 10 × 4 + 7 = 40 + 7 = 47 |
| S | Sumar o restar | 10 ÷ 2 - 3 = 5 - 3 = 2 |

Fuente: [https://www.twinkl.com](https://www.twinkl.com)

| No. | Ejemplo | Explicación |
|---|---|---|
| 1 | $13+\{2+[6+3+(8+7)]\}$<br>$13+\{2+[6+3+(15)]\}$<br>$13+\{2+[6+3+15]\}$<br>$13+\{2+[24]\}$<br>$13+\{2+24\}$<br>$13+\{26\}$<br>$13+26$ | Se realizan las operaciones que se encuentran dentro de los paréntesis.<br>Se elimina el paréntesis ( ).<br>Se realizan las operaciones que están dentro de los corchetes.<br>Se eliminan los corchetes [ ].<br>Se realizan las operaciones que están dentro de las llaves. |

| No. | Ejemplo | Explicación |
|---|---|---|
| | $39$ | Se eliminan las llaves y finalmente se hacen las operaciones { }. |
| 2 | $13-\{2+[6+3-(8+7)]\}$<br>$13-\{2+[6+3-(15)]\}$<br>$13-\{2+[6+3-15]\}$<br>$13-\{2+[-6]\}$<br>$13-\{2-6\}$<br>$13-\{-4\}$<br>$13+4$<br>$17$ | Se realizan las operaciones que se encuentran dentro de los paréntesis.<br>Se elimina el paréntesis ( ).<br>Se realizan las operaciones que están dentro de los corchetes.<br>Se eliminan los corchetes [ ].<br>Se realizan las operaciones que están dentro de las llaves.<br>Se eliminan las llaves y finalmente se hacen las operaciones { }. |
| 3 | $20-\{7+2[3-2(7+9)+5(6-2)]\}$<br>$20-\{7+2[3-2(16)+5(4)]\}$<br>$20-\{7+2[3-32+20]\}$<br>$20-\{7+2[-9]\}$<br>$20-\{7-18\}$<br>$20-\{-11\}$<br>$20+11$<br>$31$ | Se realizan las operaciones que se encuentran dentro de los paréntesis.<br>Se elimina el paréntesis ( ).<br>Se realizan las operaciones que están dentro de los corchetes.<br>Se eliminan los corchetes [ ].<br>Se realizan las operaciones que están dentro de las llaves.<br>Se eliminan las llaves y finalmente se hacen las operaciones { }. |

Recuerda que para sumar o restar números debes tener en cuenta que:

- Operaciones con signos iguales se suman y se coloca el mismo signo.
- Operaciones con signos contrarios, se restan y se coloca el signo del mayor.

Para que profundices más en la eliminación de signos de agrupación, analiza con atención el vídeo "Operaciones con enteros y signos de agrupación - Ejercicio 4", en el cual se explica el paso a paso para la destrucción de paréntesis. (Ríos G, 2014).

Con base en lo estudiado, guiándose con el ejemplo 1 y 2 resueltos paso a paso y con el análisis del video, proceda a resolver los que se proponen a continuación. Note que se le dan las respuestas para que confronte dichos resultados.

**Ejercicio 1**: Aplicación de propiedades y eliminación de signos de agrupación.

| **Realizar las siguientes operaciones** | | | |
|---|---|---|---|
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| 1. $-(5+2)+\{-15+2-[-10+2-(5-2)]+10\}$ | $1$ | 6. $7(2x+3)-4(x-1)$ | $10x+25$ |
| 2. $15(3x-2)-7(2x-1)$ | $31x-23$ | 7. $15(3x-2)+7(2x-1)-[7(2x+3)-4(x-1)]$ | $49x-62$ |
| 3. $10m+(2m-5np)+np$ | $12m-4np$ | 8. $30-\{(2+7)+4-[2+(6+4)-6]\}$ | $23$ |
| 4. $15(9-2)+7(6-1)-[7(6+3)-4(3-1)]$ | $85$ | 9. $20-\left\{[23-2(5\cdot 2)]+\left(\frac{15}{3}\right)-6\right\}$ | $18$ |
| 5. $15(12-2)-7(8-1)$ | $101$ | 10. $-(a+b)+\{-3a+b-[-2a+b-(a-b)]+2a\}$ | $a-2b$ |

### 1.7 TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero positivo se puede representar de forma única como producto de factores primos excepto por el orden. Ejemplo. $20808 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17^2$ $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

## 2 NÚMEROS PRIMOS

Se denomina número primo a todo número natural diferente de uno, cuyos únicos divisores POSITIVOS son él y la unidad; los números que no son primos se denominan compuestos. Eratóstenes de Cirene (276-194 a de C) Matemático griego, ideó una forma de determinar los primeros números primos al construir la denominada Criba de Eratóstenes. Así los números primeros 100 números primos son los siguientes:

| PRIMEROS 100 NÚMEROS PRIMOS | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 |
| 31 | 37 | 41 | 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 |
| 73 | 79 | 83 | 89 | 97 | 101 | 103 | 107 | 109 | 113 |
| 127 | 131 | 137 | 139 | 149 | 151 | 157 | 163 | 167 | 173 |
| 179 | 181 | 191 | 193 | 197 | 199 | 211 | 223 | 227 | 229 |
| 233 | 239 | 241 | 251 | 257 | 263 | 269 | 271 | 277 | 281 |
| 283 | 297 | 307 | 311 | 313 | 317 | 331 | 337 | 347 | 349 |
| 353 | 359 | 367 | 373 | 379 | 383 | 389 | 397 | 401 | 409 |
| 419 | 421 | 431 | 433 | 439 | 443 | 439 | 457 | 461 | 463 |
| 467 | 479 | 487 | 491 | 499 | 503 | 509 | 521 | 523 | 541 |

### 2.1.1 MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El **Mínimo Común Múltiplo** (“mcm”) de dos o más números naturales es el menor número natural (distinto de cero) que es múltiplo de todos ellos.

**Ejemplo 3:** Hallar al mcm de 4, 8 y 12

$m(4) = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52,\ldots..\}$

$m(8) = \{8,16,24,32,40,56,64,72,80,\ldots\}$

$m(12) = \{12,24,36,48,60,72,84,96,108,\ldots..\}$ Así el $\text{mcm}_{(4,8,12)} = 24$

Otro método es descomponer los números en factores primos y tomar los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

| | |
|---|---|
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

$4 = 2^2$

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

$8 = 2^3$

| | |
|---|---|
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$12 = 2^2 \cdot 3$

| m.c.m | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 12 | 2 |
| 2 | 4 | 6 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 2 |
| 1 | 1 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 24 |

$$mcm_{(4,8,12)} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

## 2.1.2 MAXIMO COMÚN DIVISOR

El Máximo Común Divisor (“**MCD**”) de dos o más números naturales es el mayor divisor posible de todos ellos.

**Ejemplo 4:** Hallar el MCD de 48 y 60

$MCD_{(48,60)}$. Podemos comprobar que los divisores de 48 y 60 son:

$D_{(48)} = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$

$D_{(60)} = \{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$

Así, el $MCD_{(48,60)} = 12$

Veámoslo utilizando el otro método: Para el cálculo se descompondrán los números en factores primos y se tomarán los factores comunes con su menor exponente.

| | |
|---|---|
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

| | |
|---|---|
| 48 | 2 |
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$48 = 2^4 \cdot 3$

| mcm y MCD | | |
|---|---|---|
| 48 | 60 | 2 |
| 24 | 30 | 2 |
| 12 | 15 | 2 |
| 6 | 15 | 2 |
| 3 | 15 | 3 |
| 1 | 5 | 5 |
| 1 | 1 | 240 |

$$MCD_{(48,60)} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Observa que el mcm, lo obtienes al multiplicar en forma vertical la descomposición en factores de los números y el MCD, lo obtienes al multiplicar los factores comunes.

Con base en lo estudiado y guiándose con los ejemplos 3 y 4, proceda a resolver los siguientes ejercicios, los cuales tienen las respuestas para que confrontes tus resultados.

**Ejercicio 2**: Hallar el MCD y el mcm de los siguientes ejercicios propuestos.

Para comprobar la descomposición factorial de los números que te presenten al hallar el mcm y el MCD, puedes apoyarte en la escena interactiva “Descomposición factorial del número” del libro interactivo “[Matemáticas Operativas](#)”, en su página 29.

| Hallar el MCD y el mcm de los siguientes ejercicios propuestos | | | |
|---|---|---|---|
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| 1. $(72,108,60)$ | $\text{MCD} = 15$<br>$\text{mcm} = 1080$ | 2. $(428,376)$ | $\text{MCD} = 4$<br>$\text{mcm} = 40232$ |
| 3. $(3600,1000)$ | $\text{MCD} = 200$<br>$\text{mcm} = 1800$ | 4. $(14,78,36)$ | $\text{MCD} = 2$<br>$\text{mcm} = 3276$ |
| 5. $(72,108,60)$ | $\text{MCD} = 12$<br>$\text{mcm} = 1080$ | 6. $(36,62,18)$ | $\text{MCD} = 2$<br>$\text{mcm} = 1116$ |
| 7. $(15,16,18)$ | $\text{MCD} = 1$<br>$\text{mcm} = 720$ | 8. $(32,40,48)$ | $\text{MCD} = 8$<br>$\text{mcm} = 480$ |

Si deseas ampliar tus conocimientos en el tema, ingresa a la página web de matesfacil.com: Calculadora de mcm y MCD., en la cual se explica detalladamente los conceptos de mcm y MCD y se presentan ejercicios de aplicación resueltos paso a paso.(Llopis F, 2010).

En la escena interactiva “Problemas de aplicación de MCM y MCD”, encontrarás seis ejercicios que te servirán para identificar cuando utilizar el mcm y el MCD.

### 2.1.3 CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

| Por | Criterio | Ejemplo |
|---|---|---|
| 2 | Es divisible por 2, si termina en cero o en cifra par. | 564: Es divisible por 2, ya que termina en cifra par. |
| 3 | Es divisible por 3, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 3. | 564: Es divisible por 3, ya que la suma de sus dígitos es 15, y 15 es múltiplo de 3. |

| Por | Criterio | Ejemplo |
|---|---|---|
| 4 | Es divisible por 4, si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4. | 36, 400, 1028 son divisibles por 4. |
| 5 | Es divisible por 5, si termina en cero o cinco. | 45, 515, 7525 y 3980 son divisibles por 5. |
| 6 | Es divisible por 6, si es divisible por 2 y por 3. | 72, 324, 1503 son divisibles por 3. |
| 7 | Es divisible por 7, cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 o múltiplo de 7. | 343 es divisible por 7, ya que 34 menos 2 multiplicado por 3 da 28, y 28 es múltiplo de 7, es decir: 34 - 2 · 3 = 34-6=28, es múltiplo de 7. |
| 8 | Es divisible por 8, si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 8. | 4000, 1048, 1512 son divisibles por 8. |
| 9 | Es divisible por 9, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 9. | 81, aquí 8 + 1 = 9, es múltiplo de 9. 3663, en este caso 3 + 6 + 6 + 3 = 18, es múltiplo de 9. |
| 10 | Es divisible por 10, si la cifra de las unidades es 0. | 130, 1440, 10230 son divisibles por 10. |
| 11 | Es divisible por 11, si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es 0 o múltiplo de 11. | 121 es divisible por 11, ya que (1 + 1) - 2 = 0<br>4224 es divisible por 11, ya que (4 + 2) - (2 + 4) = 0.<br>1325 no es divisible por 11, ya que (1+2) - (3+5) =3-8=<br>-5 que no es ni cero ni múltiplo de 11. |

***Ejercicio 3***: Escriba sí o no para indicar si el número de la primera columna es divisible por cada uno de los números de la fila superior

Ejercicio de divisibilidad

| Número | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 576 | | | | | | | | | | |
| 1243 | | | | | | | | | | |
| 4560 | | | | | | | | | | |
| 5764 | | | | | | | | | | |
| 12454 | | | | | | | | | | |
| 203044 | | | | | | | | | | |
| 745370 | | | | | | | | | | |

SEMANA 2

# 3 FRACCIONARIOS

Los fraccionarios pertenecen al conjunto de los racionales, están formados por dos números enteros; el numerador que está en la parte de arriba y el denominador que está en la parte de abajo. Así un fraccionario se expresa de la forma:

$$\frac{a}{b} \text{ con } b \neq 0$$

## 3.1 Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{si } ad = bc$$

Si se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada. Al primer caso le llamamos **amplificar**, al segundo **simplificar**.

**Ejemplo 6:** Fracciones equivalentes

Amplificar por 4 el racional $\frac{2}{5}$ Simplificar el racional $\frac{8}{20}$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$ $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ son fracciones equivalentes.

**Ejercicio 4**: Fracciones equivalentes.

| Simplificar las fracciones propuestas en los siguientes ejercicios para hallar su equivalente. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| 1. $\frac{98}{147}$ | $\frac{2}{3}$ | 2. $\frac{273}{637}$ | $\frac{3}{7}$ | 3. $\frac{332}{415}$ | $\frac{4}{5}$ | 4. $\frac{285}{513}$ | $\frac{5}{9}$ |
| 5. $\frac{252}{441}$ | $\frac{4}{7}$ | 6. $\frac{623}{979}$ | $\frac{7}{11}$ | 7. $\frac{370}{444}$ | $\frac{5}{6}$ | 8. $\frac{2002}{5005}$ | $\frac{2}{5}$ |

### 3.2 Propiedades de las fracciones (Operaciones)

| Propiedades de las fracciones | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a. | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ | Si $b \wedge d \neq 0$ <br> $ad = bc$ | d. | $\frac{ad}{bd}=\frac{a}{b}$ <br> con <br> b ∧d≠0 | Simplificación |
| b. | $\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$ | Fracción negativa | e. | $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$ | Suma y resta |
| c. | $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ | Multiplicación | f. | $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$ | División |

**Ejemplo 6:** Propiedades de las fracciones

| Propiedades de las fracciones | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $\frac{5}{3}=\frac{5}{3}$ | Dado $5\cdot 3 = 3\cdot 5$ | 4. | $\frac{5a}{5b}=\frac{a}{b}$ | Simplificación |
| 2. | $\frac{5}{-3}=\frac{-5}{3}=-\frac{5}{3}$ | Fracción negativa | 5. | $\frac{7}{5}\pm\frac{3}{7}=\frac{7\cdot 7\pm 5\cdot 3}{5\cdot 7}$ | Suma y resta |
| 3. | $\frac{5}{3}\cdot\frac{2}{7}=\frac{5\cdot 2}{3\cdot 7}$ | Multiplicación | 6. | $\frac{5}{3}\div\frac{2}{7}=\frac{5\cdot 7}{3\cdot 2}$ | División |

Con base en lo estudiado y guiándose con los ejemplos 4 al 6, proceda a resolver los siguientes ejercicios, los cuales tienen las respuestas para que confrontes tus resultados.

**Ejercicio 5:** Propiedades de las fracciones

| Realizar las siguientes operaciones | | | |
|---|---|---|---|
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| 5. $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}$ | $\frac{7}{10}$ | 6. $\frac{10}{15}-\frac{7}{15}$ | $\frac{3}{15}$ |
| 7. $\frac{2}{3}(6-\frac{3}{2})$ | $3$ | 8. $\frac{2}{\frac{2}{3}}-\frac{\frac{2}{3}}{2}$ | $\frac{8}{3}$ |
| 9. $\frac{\frac{2}{5}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}+\frac{3}{15}}$ | $3$ | 10. $0.25(\frac{8}{9}-\frac{1}{2})$ | $\frac{7}{72}$ |

## 3.3 Tipos de fracciones

### 3.3.1 Propias

Cuando el numerador es menor que el denominador. Su valor está comprendido entre cero y uno.

**Ejemplo 7:** Fracciones propias

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{9}{11},$$

### 3.3.2 Impropias

Cuando el numerador es mayor o igual que el denominador. Su valor es mayor o igual a uno.

**Ejemplo 8:** Fracciones impropias

$$\frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{11}{9}, \frac{5}{5}$$

Con la escena interactiva de la página 37 del texto interactivo "Matemáticas Operativas", podrás visualizar la diferencia entre fracciones propias e impropias, al hacer uso del deslizador del numerador y el denominador.

### 3.3.3 Mixta

Cuando está compuesta de una parte entera y otra fraccionaria.

**Ejemplo 9:** Fracciones mixtas

$$3\frac{2}{5}, 1\frac{3}{7}, 5\frac{9}{11}$$

Para pasar un número mixto a una fracción impropia se procede de la siguiente manera:

a. Se deja el mismo denominador
b. El numerador se obtiene de la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto.

**Ejemplo 10**: Convertir una fracción mixta en fracción racional

$$3\frac{2}{5} = \frac{(3 \cdot 5) + 2}{5} = \frac{17}{5}$$


La fracción mixta se obtuvo de:

a. Dividir el numerador por el denominador
b. El cociente es la parte ENTERA de la fracción mixta
c. El residuo es el numerador de la parte FRACCIONARIA
d. El divisor=denominador, sigue siendo el denominador de la fracción mixta.

## 3.4 Operaciones con Fracciones

### 3.4.1 Suma y resta de fraccionarios

En la suma y resta de fraccionarios se pueden presentar dos tipos de operaciones, cuando tienen el mismo denominador y cuando su denominador es diferente.

### 3.4.2 Suma o resta con el mismo denominador (HOMOGÉNEAS)

En este caso se suman o restan los numeradores según el caso y se pone el mismo denominador.

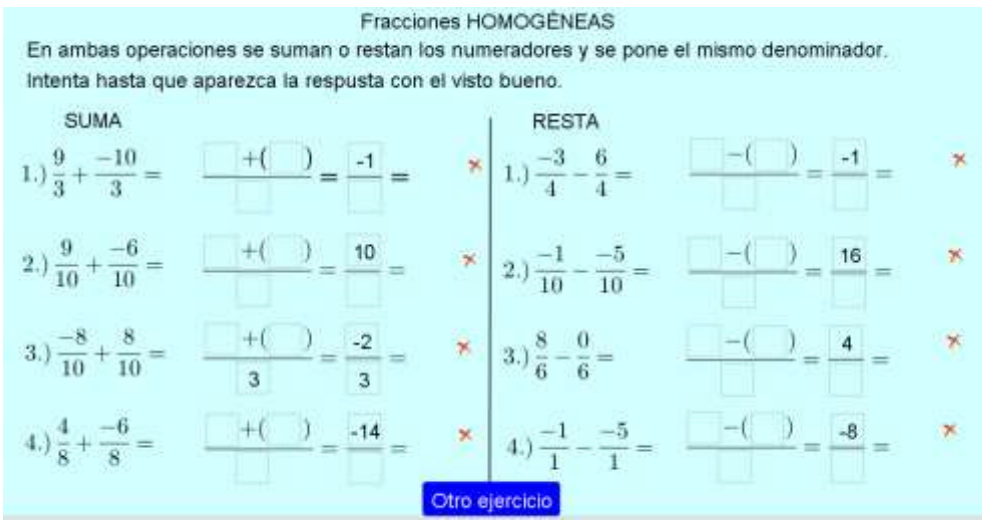
**Ejemplo 11:** Suma o resta de fracciones homogéneas

| **Fracciones HOMOGÉNEAS** | |
|---|---|
| **Sumas** | **Restas** |
| 1. $\frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5+4}{3} = \frac{9}{3}$ | 2. $\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}$ |

| | |
|---|---|
| 3. $\frac{11}{15}+\frac{16}{15}=\frac{11+16}{15}=\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$ | 4. $\frac{11}{15}-\frac{16}{15}=\frac{11-16}{15}=\frac{-5}{15}=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$ |
| 5. $\frac{3}{11}+\frac{7}{11}+\frac{12}{11}=\frac{3+7+12}{11}=\frac{22}{11}=2$ | 6. $\frac{3}{11}+\frac{7}{11}-\frac{12}{11}=\frac{3+7-12}{11}=-\frac{2}{11}$ |

**Ejercicio 5:** Suma y resta de fracciones HOMOGÉNEAS

Para facilitar el aprendizaje, practica realizando los ejercicios de la escena interactiva "Fracciones HOMOGÉNEAS", en la cual debes llenar las casillas correctamente para que puedas eliminar las "x" y cambiarlas por un visto bueno. Se recomienda descargar la escena para una mejor visualización.




Para que profundices más en la suma y resta de fracciones homogéneas, analiza con atención el vídeo "Suma y resta de fracciones homogéneas", en el cual se explica paso a paso el proceso para solucionar fracciones homogéneas.(Ríos G, 2013).

### 3.4.3 Suma o resta con distinto denominador (HETROGÉNEAS)

Cuando los fraccionarios tienen distinto denominador se puede hacer los siguiente.

Para la suma o resta de dos fraccionarios, con denominadores pequeños (menores que 10), se recomienda aplicar esta propiedad

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

**Ejemplo 12:** Suma o resta de fracciones heterogéneas

$$\frac{5}{3} \pm \frac{4}{5} = \frac{25 \pm 12}{15}$$

| Fracciones HETEROGÉNEAS | |
|---|---|
| **Sumas** | **Restas** |
| 1. $\frac{5}{3}+\frac{4}{5}=\frac{25+12}{15}=\frac{37}{15}$ | 2. $\frac{5}{3}-\frac{4}{5}=\frac{25-12}{15}=\frac{13}{15}$ |
| 3. $\frac{11}{7}+\frac{16}{3}=\frac{33+112}{21}=\frac{145}{21}$ | 4. $\frac{11}{7}-\frac{16}{3}=\frac{33-112}{21}=-\frac{79}{21}$ |
| 5. $\frac{3}{4}+\frac{7}{5}=\frac{15+28}{20}=\frac{43}{20}$ | 6. $\frac{3}{4}-\frac{7}{5}=\frac{15-28}{20}=-\frac{13}{20}$ |

Para la suma o resta de dos fraccionarios, con denominadores grandes (mayores que 10), se recomienda encontrar el común múltiplo (mcm) entre los denominadores y hacer lo siguiente:

a. Determinar el mcm de los denominadores.
b. Dividir el mcm encontrado por el denominador del primer fraccionario.
c. Multiplicar resultado encontrado en el literal *b* por el numerador del primer fraccionario.

Se repite el mismo procedimiento para cada uno de los demás fraccionarios.

**Ejemplo 13**: Suma y resta de fracciones heterogéneas

$$\frac{7}{12}+\frac{1}{6}-\frac{5}{24}=\frac{(2\cdot 7)+(4\cdot 1)-(1\cdot 5)}{24}=\frac{14+4-5}{24}=\frac{13}{24}$$

a. Hallar el mcm de los denominadores. $mcm_{(12,6,24)} = 2^3 \cdot 3 = 24$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 6 | 24 | 2 |
| 6 | 3 | 12 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 6 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | |

$$mcm_{(12,6,24)} = 2^3 \cdot 3$$

b. Dividir el mcm encontrado por el denominador del primer fraccionario.
$24 \div 12 = 2$

c. Multiplicar resultado encontrado en el literal b por el numerador del primer fraccionario.
$2 \cdot 7 = 14$

Este procedimiento se repite para cada uno de los demás fraccionarios.

**Ejercicio 6:** Suma y resta de fracciones HETEROGÉNEAS

Una vez hayas comprendido y aprendido con las escenas interactivas anteriores, ingresa a la escena interactiva "Suma y resta estas fracciones", en la cual encontrarás la explicación del paso a paso en la solución de suma y resta de fracciones, podrás realizar ejercicios que combinan ambas operaciones. En la escena debes colocar todos los denominadores, que corresponden al mínimo común múltiplo (mcm), que debes calcular. (Abreu L, 2019).

Para que profundices más en la suma y resta de fracciones heterogéneas, analiza con atención el vídeo "Suma de fracciones heterogéneas", en el que se explica el procedimiento para solucionar fracciones heterogéneas. (Ríos G, 2016).

### 3.4.4 Sumas y restas de fracciones mixtas

Para sumar o restar fracciones mixtas, lo más conveniente es convertirlas en fracciones impropias y realizar las sumas o restas como se indicó anteriormente.

**Ejemplo 14:** Suma y resta de fracciones mixtas

| Suma | Resta |
|---|---|
| 1. $3\frac{2}{5} + 6\frac{1}{3} = \frac{17}{5} + \frac{19}{3} = \frac{51+95}{15} = \frac{146}{15}$ | 1. $3\frac{2}{5} - 6\frac{1}{3} = \frac{17}{5} - \frac{19}{3} = \frac{51-95}{15} = -\frac{44}{15}$ |

Sin embargo, de carácter informativo también se puede:

a. Sumar o restar la parte entera
b. Sumar o restar la parte fraccionaria
c. Sumar el resultado de *a* más el de *b* y sumárselo a la parte entera.

**Ejemplo 15:** Suma y resta de fracciones mixtas

| Suma | Resta |
|---|---|
| $3\frac{2}{5}+6\frac{1}{3}=(3+6)+\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)$ $=(9)+\left(\frac{11}{15}\right)$ $=\frac{135+11}{15}$ $=\frac{146}{15}$ | $3\frac{2}{5}-6\frac{1}{3}=(3-6)+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)$ $=(-3)+\left(\frac{1}{15}\right)$ $=\frac{-45+1}{15}$ $=-\frac{44}{15}$ |

### 3.4.5 Producto de fraccionarios

Para multiplicar fraccionarios, se multiplican numeradores y denominadores entre sí.

Se aplica la siguiente propiedad:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

**Ejemplo 16:** Producto de Fracciones

$$\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{6}=\frac{35}{72}$$

SEMANA 3

### 3.4.6 División de fraccionarios

Se multiplica el numerador del primer fraccionario, por el denominador del segundo fraccionario (será el numerador) y el denominador del primero por el numerador del segundo (será el denominador). En conclusión, se multiplican en cruz.

Se aplica la siguiente propiedad:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}, con\ b\ y\ d\ \neq 0$$

**Ejemplo 17:** División de Fracciones

$$\frac{7}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{(7 \cdot 6)}{(12 \cdot 5)} = \frac{42}{60} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

Ejercicios de aplicación:
Antes de resolver los ejercicios de aplicación que se plantean, realizaremos

### 3.4.7 Algunos ejemplos para pasar del lenguaje verbal al matemático

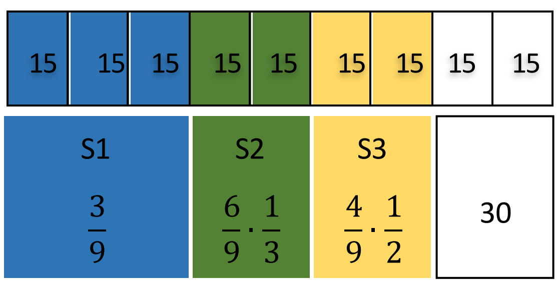
| Ejemplos de expresión matemática | | | |
|---|---|---|---|
| Ejemplo | Expresión Matemática | Ejemplo | Expresión Matemática |
| La suma de X y Y | $X+Y$ | $\frac{3}{7}$ de la suma de x e y | $\frac{3}{7}(x+y)$ |
| La diferencia entre L y M | $L-M$ | Un número "x" aumentado en 20 | $x+20$ |
| Producto de M y N | $M \cdot N$ | Un número "x" disminuido en 10 | $x-10$ |
| Cociente ente P y Q | $\frac{P}{Q}$ | El doble de un número "x" | $2x$ |
| $\frac{5}{2}$ de x | $\frac{5}{2}\ x$ | El triple de un número "x" | $3x$ |
| La mitad de un número "x" | $\frac{1}{2}x$ | El triple de un número incrementado en 10 equivale a la tercera parte de disminuir el número en 2. | $3x+10=\frac{1}{3}(x-2)$ |
| La cuarta parte de la suma de x e y | $\frac{1}{4}(x+y)$ | Juan es 20 años menor que Rodrigo.<br>Se deben definir variables.<br>X= Edad de Juan<br>Y= Edad de Rodrigo | $x+20=y$<br>o<br>$x=y-20$ |
| La quinta parte de la diferencia de x e y | $\frac{1}{5}(x-y)$ | Dentro de 8 años, la edad de Pedro será la tercera parte de la edad de Ramón. | $x+8=\frac{y+8}{3}$<br>Siendo:<br>X= Edad de Pedro<br>Y= Edad de Ramón |

| Ejemplos de expresión matemática | | | |
|---|---|---|---|
| Ejemplo | Expresión Matemática | Ejemplo | Expresión Matemática |
| El cuadrado de un número "x" | $x \cdot x = x^2$ | La edad de actual de una madre es cuatro veces la de su hijo y dentro de 5 años, será tres veces su edad. | Siendo x= edad del hijo. Entonces la edad actual es: $4x = y$ Edad dentro de 5 años: $4x + 5 = 3(x + 5)$ |

**Ejemplo 18:** Problema de aplicación con Fracciones

Un vendedor de celulares realiza una promoción especial en su tienda y la semana uno vende $\frac{3}{9}$ de sus celulares, la semana dos vende $\frac{1}{3}$ de la existencia que le quedaba y la tercera semana vende la mitad. Si aún cuenta con 30 celulares, ¿Cuántas tenía inicialmente?

Solución:




Si aún quedan 30 celulares, quiere decir que $\frac{2}{9} = 30$, por tanto, cada $\frac{1}{9} = 15$. Luego:

x = (15) (9) = 135 Celulares

Sea: S=Semana

x=Cantidad de celulares

$$\left(\frac{3}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}\right)x + 30 = x$$

S1: Se venden $\frac{3}{9}$

S2: Se venden $\frac{2}{9}$

S3: Se venden $\frac{2}{9}$

$$\frac{7}{9}x + 30 = x$$

Quiere decir que se vendieron $\frac{7}{9}$ de los celulares

$$30 = x - \frac{7}{9}x$$

Quiere decir que se vendieron $\frac{7}{9}$ de los celulares y si al total de celulares "x", le restas la cantidad vendida, te queda la existencia (30 celulares)

**Ejercicio 6:** Ejercicios de aplicación con fracciones

Con base en lo estudiado y guiándose con los ejemplos 7 al 18, proceda a resolver los siguientes ejercicios de aplicación y los propuestos, los cuales tienen las respuestas para que confrontes tus resultados.

1. Un tanque de leche está lleno hasta los tres décimos de su capacidad, luego se le echan 120 galones y queda lleno hasta siete décimos de su capacidad.
   - ¿Cuántos galones llenan el tanque si está vacío? R /. 300 galones
   - Si el tanque estuviera lleno y le sacaran 30 galones, ¿qué fracción del tanque quedaría con leche? R /. $\frac{9}{10}$

2. La población de un pequeño pueblo disminuyó de 1 750 a 1 700 habitantes. ¿Cuál es el porcentaje de decrecimiento?
   R/. $2.86\%$

3. El salario por hora de trabajo de un estudiante se elevó de 5.25 dólares a 5.75. ¿Cuál es el porcentaje de incremento?
   R/. $9.52\%$

4. ¿Cuál es el descuento y el precio de oferta de un balón de volibol si el precio normal es de $28,60 y hay 25% de descuento?
   R/. $Descuento = \$7.15$ , $Precio\ Oferta = \$21.45$

**Ejercicio 8:** Realizar los ejercicios propuestos por el método adecuado.

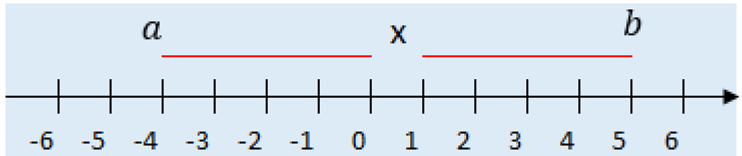
| Realizar los ejercicios propuestos por el método adecuado. | | | |
|---|---|---|---|
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| 1. $\frac{2}{3} \div \left[5 \div \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right]$ | $\frac{8}{31}$ | 2. $2\frac{1}{3} + \frac{3}{15} - 3\frac{1}{6}$ | $-\frac{19}{30}$ |
| 3. $-\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{9} + \frac{5}{2} - \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4} - 1 + 3\right) - \frac{1}{6}\right]$ | $\frac{10}{9}$ | 4. $2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{6}$ | $-\frac{11}{12}$ |
| 5. $1 - \frac{8}{3}\left(-\frac{3}{4}\right) - \left\{2 - \left[\frac{3}{4} - 1 + \frac{2}{5}\left(-10 + \frac{15}{4}\right) - 1\right]\right\}$ | $-\frac{11}{4}$ | 6. $2\frac{2}{3} \cdot \frac{25}{40} \div 2\frac{4}{8}$ | $\frac{2}{3}$ |

| Realizar los ejercicios propuestos por el método adecuado. | | | |
|---|---|---|---|
| 7. $\left[\left(2-\frac{3}{2}-4\right)\left(5+\frac{1}{3}+4\right)\right] \div \left[\left(\frac{5}{4}-3\right)\left(\frac{2}{3}+1\right)\right]$ | $\frac{56}{5}$ | 8. $3\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{27}$ | $1$ |
| Ejercicios de aplicación | | | |
| 9. Elena va de compras con $18.000. Se gasta 3/5 de esa cantidad. ¿Cuánto le queda? | $7200 | 10. Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su finca, alquila $\frac{1}{8}$ y el resto lo cultiva. ¿Qué porción de la finca cultiva? | $\frac{13}{24}$ |
| 11. Pedro ha estudiado $3\frac{2}{3}$ horas, Enrique $5\frac{3}{4}$ horas y Juan 6 horas. ¿Cuántas horas han estudiado los tres juntos? | $15\frac{5}{12}\ Horas$ | 12. Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$. ¿Qué perta de mi dinero me queda? | $\frac{27}{40}$ |
| 13. Tres varillas tienen: la primera $8\frac{2}{5}\ m$ de largo; la segunda $10\frac{2}{10}\ m$ y la tercera $14\frac{1}{20}\ m$. ¿Cuál es la longitud de las tres varillas? | $32\frac{13}{20}\ m$ | 14. Compré tres sombreros a $\$2\frac{3}{5}$ cada uno; 6 camisas a $\$3\frac{3}{4}$ cada una. Si doy para pagar un billete de $50. ¿Cuánto de devuelven? | $\$19\frac{7}{10}$ |
| 15. Pedro tiene $22\frac{2}{9}$ años, Juan $6\frac{1}{3}$ años más que Pedro y Matías tanto como Juan y Pedro juntos.<br>¿Cuántos años suman las edades de los tres? | $101\frac{5}{9}\ años$ | 16. Tenía $4000 y gasté los $\frac{3}{8}$. ¿Cuánto me queda? | $\$2500$ |
| 17. Un estudiante, emplea la cuarta parte del día en estudiar; la sexta parte en hacer deporte y la novena en leer. ¿Qué parte del día le queda libre? | $\frac{17}{36}$ | 18. Si tengo $25000 y hago compras por los $\frac{6}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto debo? | $\$5000$ |

| Realizar los ejercicios propuestos por el método adecuado. | | | |
|---|---|---|---|
| 19. Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno tiene las 5/6 partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo? | $60\, m\ y\ 12\, m$ | 20. Ana ha recorrido 600 m, que son los 3/4 del camino de su casa a la universidad. ¿Qué distancia hay de su casa a la universidad? | $800\, m$ |
| 21. El ácido sulfúrico contiene en peso 2 partes de hidrógeno, 32 partes de azufre y 64 partes de oxígeno. ¿Qué fracción de ácido sulfúrico es el azufre? | $\frac{16}{49}$ | 22. Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los 2/3 de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro? | $36\ años$ |
| 23. La primera semana del mes, un ganadero vende $\frac{3}{7}$ de sus vacas, la siguiente semana vende la mitad de lo que le quedaba, si aún le quedan 24 vacas, ¿cuántas tenía inicialmente? | $84\ vacas$ | 24. De una pieza de tela de 48 m se cortan 3/4. ¿Cuántos metros mide el trozo restante? | $12\, m$ |

## 4 LA RECTANUMÉRICA

Los números reales están ordenados de menor a mayor, de izquierda a derecha en lo que se conoce como la recta numérica. Decimos que $a < x < b$, siempre y cuando $x - a$ y $b - x$ son números positivos. Geométricamente quiere decir que todos los números que se ubiquen a la izquierda de un punto de referencia cualquiera serán menores que los que se ubique a la derecha.
De la gráfica de la recta numérica se puede concluir que $a < x$ y que $x < b$, por lo que $x < b$.




$$a < x < b$$

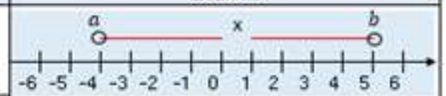
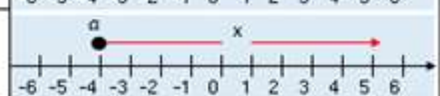
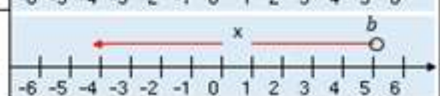
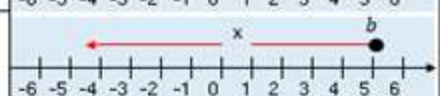
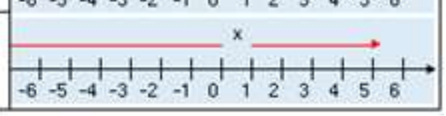
## 4.1 Conjuntos e intervalos

Un conjunto colección o agrupación de objetos con una característica determinada y estos objetos se denominan **elementos** del conjunto. Si *S* es un conjunto, la notación $a \in S$, significa que *a* es un elemento que pertenece a *S* y $b \notin S$, quiere decir que *b* no es un elemento de *S.*

Ciertos conjuntos de números reales, llamados **intervalos**, se presentan con mucha frecuencia en el cálculo y corresponden geométricamente a segmentos lineales. Existen intervalos **abiertos** que se denotan con ( ), lo que significa que para el intervalo $a < b$ es un intervalo abierto y se denota por $(a, b)$ y por tanto son los valores comprendidos entre *a* y *b*, pero sin incluirlos.

Los intervalos **cerrados** se denotan con [ ], lo que significa que para el intervalo $a \leq b$ es un intervalo cerrado y se denota por $[a, b\,]$ y por tanto son los valores comprendidos entre *a* y *b*, pero los incluye. Los intervalos pueden incluir sólo punto un extremo, o se podrían prolongar hasta el infinito en una dirección o en ambas direcciones. A continuación, se ilustran los tipos posible de intervalos.

Para que te familiarices con la representación de los intervalos abiertos y cerrados, puedes interactuar con la escena interactiva de la página 52 del texto interactivo "Matemáticas Operativas"

| Notación | Descripción del conjunto | Gráfica |
|---|---|---|
| $(a, b)$ | $\{x \mid a < x < b\}$ |  |
| $[a, b]$ | $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ |  |
| $[a, b)$ | $\{x \mid a \leq x < b\}$ |  |
| $(a, b]$ | $\{x \mid a < x \leq b\}$ |  |
| $(a, \infty)$ | $\{x \mid a < x\}$ |  |
| $[a, \infty)$ | $\{x \mid a \leq x\}$ |  |
| $(-\infty, b)$ | $\{x \mid x < b\}$ |  |
| $(-\infty, b]$ | $\{x \mid x \leq b\}$ |  |
| $(-\infty, \infty)$ | $\mathbb{R}\left(\begin{matrix}\text{conjunto de todos los}\\ \text{números reales}\end{matrix}\right)$ |  |

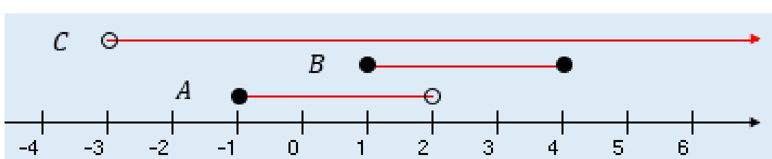
Interactúa con la escena interactiva "Intervalos no acotados", adaptada de (Abreu L, J. L. y otros. 2014).

### 4.1.1 Unión de intervalos

Corresponde a todos los elementos que pertenecen a uno u otro o ambos intervalos de referencia.

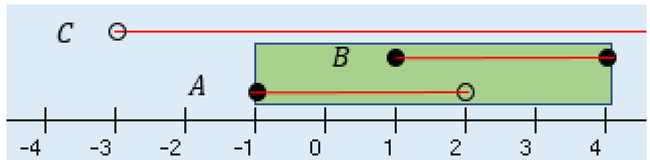
Para facilitar la comprensión del siguiente ejemplo, analiza con atención el vídeo "Unión de intervalos", en el cual se explica la definición de la unión de intervalos y explican el paso a paso para hallarla. (Profe, 2018b).

**Ejemplo 19**: Sea $A = [-1, 2)$ , $B = [1, 4]$ y $C = (-3,\ \infty)$

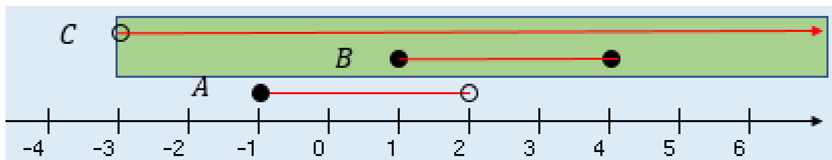



Hallar: $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$ y $A \cup B \cup C$

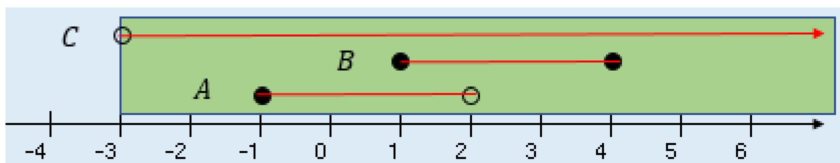
$A \cup B = [-1, 4]$



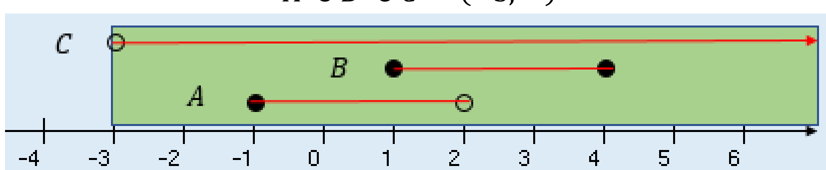

$B \cup C = (-3, \infty)$




$A \cup C = (-3, \infty)$




$A \cup B \cup C = (-3, \infty)$



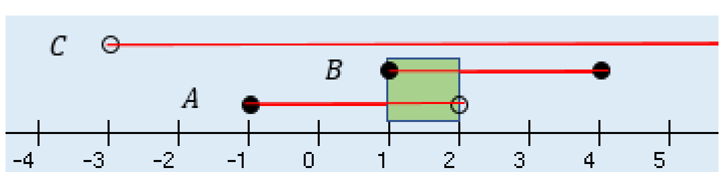

### 4.1.2 Intersección de Intervalos

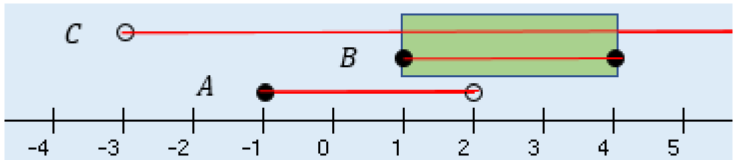
Corresponde SÓLO a los elementos comunes a los intervalos de referencia.

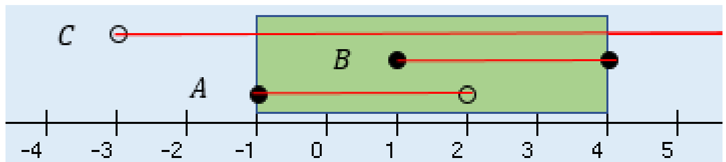
Para facilitar la comprensión del siguiente ejemplo, analiza con atención el vídeo "Intersección de intervalos | Operaciones con intervalos", en el cual se explica la definición de la intersección de intervalos y explican el paso a paso para hallarla.(Profe, 2018a).

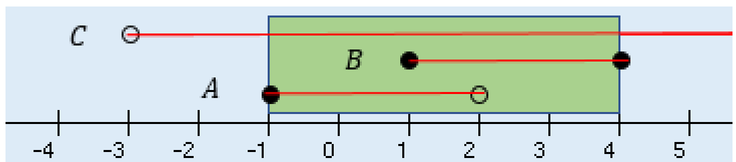
**Ejemplo 20**: Hallar las intersecciones de los intervalos anteriores.

$A \cap B = [1, 2)$



$B\ \cap C = [1,4]$ 


$A\ \cap C = [-1,4]$ 


$A\ \cap B\ \cap C = [-1,4]$ 


Con base en lo estudiado exprese los ejercicios anteriores y sus respuestas en forma de desigualdad.

## 4.2 Valor absoluto y distancia

El valor absoluto de un número *a*, denotado por $|a|$, es la distancia desde *a* hasta 0 sobre la recta de los números reales. La distancia es siempre positiva o cero, de modo que tenemos para cada número *a* $|a| \geq 0$. Tenga en cuenta que –*a* es cuando *a* es negativa.

**Definición de Valor Absoluto**

Si *a* es un número real, entonces el valor absoluto de *a* es

$$|a| = \begin{cases} a, si\ a \geq 0 \\ -a, si\ a < 0 \end{cases}$$

**Ejemplo 21:** Determine el valor absoluto de

a. $|3| = 3$
b. $|-3| = -(-3) = 3$
c. $|0| = 0$

d. $|3-\pi| = -(3-\pi) = \pi - 3$

### 4.2.1 Propiedades del valor absoluto

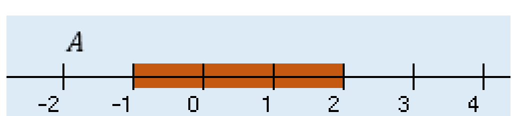
| **Propiedades del valor absoluto** | | |
|---|---|---|
| Propiedad | Ejemplo | Descripción |
| 1. $\lvert a \rvert \geq 0$ | $\lvert -3 \rvert \geq 3$ | El valor absoluto de un número siempre es positivo o cero. |
| 2. $\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$ | $\lvert 5 \rvert = \lvert -5 \rvert$ | Un número y su negativo tienen el mismo valora absoluto. |
| 3. $\lvert a \cdot b \rvert = \lvert a \rvert \cdot \lvert b \rvert$ | $\lvert -2 \cdot 5 \rvert = \lvert -2 \rvert \cdot \lvert 5 \rvert$ | El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos. |
| 4. $\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$ | $\left\lvert \frac{12}{-3} \right\rvert = \frac{\lvert 12 \rvert}{\lvert -3 \rvert}$ | El valor absoluto de un cociente es igual cociente de los valores absolutos. |

### 4.2.2 Distancia entre dos puntos de la línea recta.

| **Distancia entre puntos de la línea recta** |
|---|
| Si a y b son números reales, entonces la distancia entre los puntos a y b en la recta numérica es. $d_{(a,b)} = \lvert b-a \rvert$ |

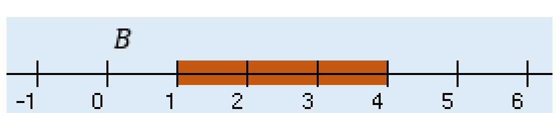
**Ejemplo 22**: Hallar la distancia para los siguientes intervalos

**a.** $A = [-1, 2)$



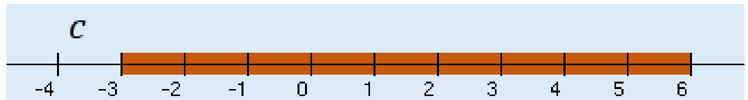

$d_{(-1,2)} = \lvert 2-(-1) \rvert = \lvert 3 \rvert = 3$

**b.** $B = [1, 4]$



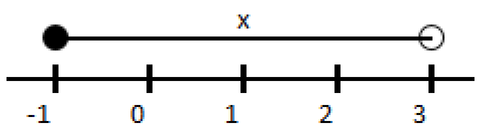
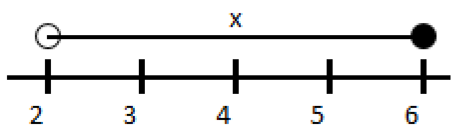
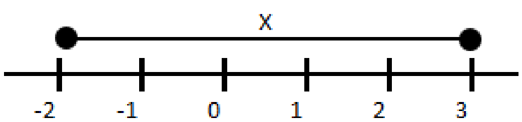
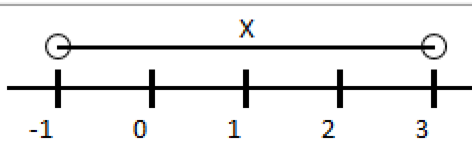
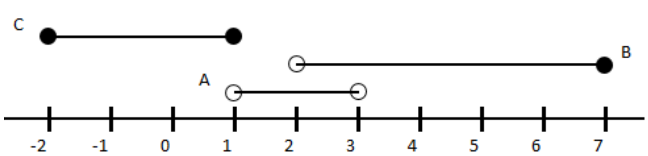

$d_{(1,4)} = \lvert 4-1 \rvert = \lvert 3 \rvert = 3$

**c.** $C = (-3,6)$

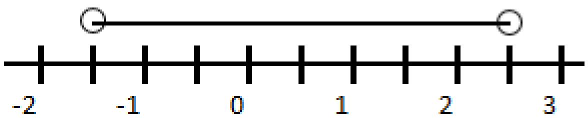
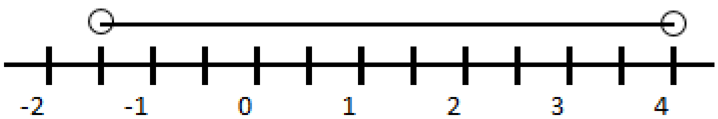



$d_{(-3,6)=|6-(-3)|=|9|=9}$

Con base en lo estudiado y guiándose con los ejemplos 19 al 22, proceda a resolver los siguientes ejercicios propuestos, los cuales tienen las respuestas para que confrontes tus resultados.

| **Representar en forma de intervalo y desigualdad** | | |
|---|---|---|
| Ejercicio | Respuesta Intervalo | Respuesta desigualdad |
| 1.   | [-1,3) | {x │-1 ≤ x < 3} |
| 2.   | (2,6] | {x │2 < x ≤ 6} |
| 3.   | [-2,3] | {x │-2 ≤ x ≤ 3} |
| 4.   | (-1,3) | {x │-1 < x < 3} |
| 5. Encuentre la solución e indique la respuesta en forma de intervalos y desigualdad:   a. A ∪ B d. A ∩ B | a. (1,7]<br>b. [-2,3)<br>c. [-2,1] ∪ (2,7]<br>d. (2,3) | a. {x │1 < x ≤ 7}<br>b. {x │-2 ≤ x < 3}<br>c. {x │-2 ≤ x ≤ 1 ∪ x │2 < x ≤ 7}<br>d. {x │2 < x < 3} |

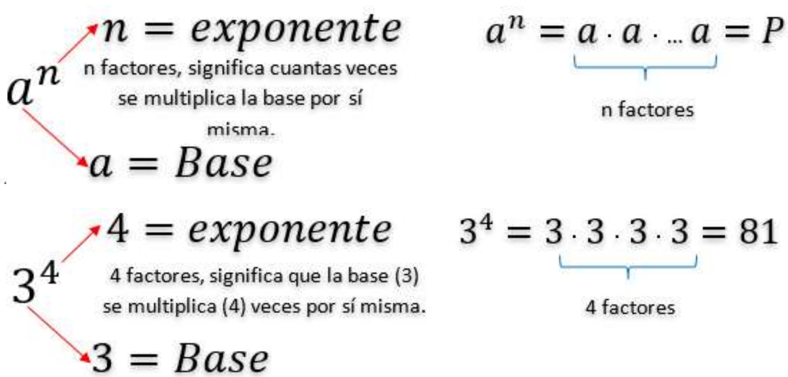
| Representar en forma de intervalo y desigualdad | | | |
|---|---|---|---|
| Ejercicio | | Respuesta Intervalo | Respuesta desigualdad |
| b. $A \cup C$<br>c. $B \cup C$ | e. $A \cap C$<br>f. $B \cap C$ | e. Ø<br>f. Ø | e. Ø<br>f. Ø |
| 6. Encuentre el conjunto indicado si: **$A=\{x \mid 1 < x < 3\}$, $B=\{x \mid 2 \leq x \leq 7\}$, $C=\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$** | | | |
| **Ejercicio** | **Respuesta** | **Ejercicio** | **Respuesta** |
| a. $B \cup C$ | Intervalo: $[-2,1] \cup [2,7]$<br>Desigualdad: $\{x \mid -2 \leq x \leq 1 \cup x \mid 2 \leq x \leq 7\}$ | b. $A \cap C$ | Intervalo: Ø<br>Desigualdad: Ø |
| c. $A \cup C$ | Intervalo: $[-2,3)$<br>Desigualdad: $\{x \mid -2 \leq x < 3)$ | d. $A \cap B$ | Intervalo: $[2,3)$<br>Desigualdad: $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$ |
| 7. Encuentre el conjunto indicado si:<br>**$A= \{x \mid x > -2\}$** **$B= \{x \mid x < 4\}$** **$C=\{x \mid -1 < x \leq 5\}$** | | | |
| a. $B \cup C$ | Intervalo: $(-\infty,5]$<br>Desigualdad: $\{x \mid x \leq 5\}$ | b. $B \cap C$ | Intervalo: $(-1,4)$<br>Desigualdad: $\{x \mid -1 < x < 4\}$ |
| c. $A \cup C$ | Intervalo: $(-2, \infty)$<br>Desigualdad: $\{x \mid -2 < x < \infty\}$ | d. $A \cap B$ | Intervalo: $(-2,4)$<br>Desigualdad: $\{x \mid -2 < x < 4\}$ |
| 8. Encuentre la distancia para los siguientes intervalos | | | |
| a. $[-1,3)$ | 4 | b. $[-2,3]$ | 5 |
| c. $(-3,7)$ | 10 | d. $(-0.5 , 15.5)$ | 16 |
| 9. Encuentre la distancia entre los puntos relacionados en la recta numérica | | | |

| **Representar en forma de intervalo y desigualdad** | | |
|---|---|---|
| Ejercicio | Respuesta Intervalo | Respuesta desigualdad |
|  | | 4 |
| 10. Encuentre la distancia entre los puntos relacionados en la recta numérica | | |
|  | | 5.5 |

## 5 POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

### 5.1 Potenciación

Si $a$ es un número real cualquiera y n es un entero positivo, entonces la potencia n-ésima de $a$ es




**Ejemplo 23**: Propiedades y ejemplos de exponentes

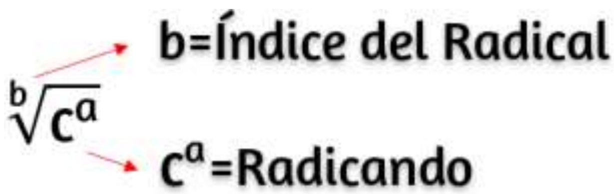
| **Propiedades de las potencias** | | |
|---|---|---|
| Propiedad | Ejemplo | Descripción |
| 1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$ | Para multiplicar potencias que tienen la misma base, se suman los exponentes. |

| | | |
| --- | --- | --- |
| 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$ | Para dividir potencias que tienen la misma base, se restan los exponentes. |
| 3. $(a^m)^n$ | $(3^2)^5 = 3^{10}$ | Para elevar una potencia a una potencia, se multiplican los exponentes. |
| 4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ | $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$ | Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada factor a la potencia. |
| 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$ | Para elevar un cociente a una potencia, se eleva el numerador y el denominador a la potencia. |
| 6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ | $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ | Para elevar una fracción a una potencia negativa, se invierte la fracción y se cambia el signo al exponente. |
| 7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$ | $\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^5}{3^2}$ | Para pasar un número elevado a una potencia desde el numerador al denominador o viceversa, se cambia el signo del exponente. |

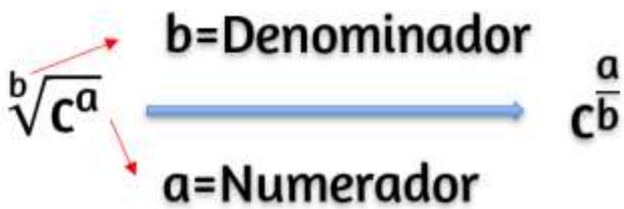
## 5.2 Radicación

La expresión $\sqrt[b]{c^a}$ que representa la raíz *n*-ésima principal de *c*, se llama radical, el entero *b* es el índice del radical y el número real *c* se llama radicando, con un exponente *a*. Si el índice *b* es 2, normalmente se omite del radical.

Para convertir exponentes en radicales y radicales en exponentes, tener en cuenta los siguiente:




Para convertir un radical en POTENCIA




| Expresión en Radicales | Expresión en Exponentes |
|---|---|
| $\sqrt[b]{c^a}$ | $c^{a/b}$ |

**Ejemplo 24**: Hallar los siguientes radicales

a. $\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

b. $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

c. $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = -2$

d. $\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{3}$

Con la escena interactiva "Potencias y radicales.", podrás calcular y operar con potencias de exponente entero, además de reconocer las partes de un radical y su significado .(Aabreu L, 2019).

Con lo que acabas de estudiar, luego de analizar los ejemplos 1 y 2 y practicar con la escena interactiva "Potencias y radicales", donde se plantean ejercicios con la solución de expresiones con potencias y radicales, estás en capacidad de realizar los siguientes ejercicios.

| **Ejercicio** | **Ejercicio** |
|---|---|
| 1. $5^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$ | 2. $\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$ |

| Ejercicio | Ejercicio |
|---|---|
| 3. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ | 4. $\frac{3^{-2}}{9}$ |
| 5. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{9}{16}$ | 6. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ |
| 7. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ | 8. $\frac{\sqrt[5]{-3}}{\sqrt[5]{96}}$ |
| 9. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$ | 10. $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ |

Con las ocho preguntas que te presentan en la página 87 del texto interactivo "Matemáticas Operativas", podrás comprobar lo que has aprendido sobre potencias y al finalizar tienes la posibilidad de enviar las respuestas a tu docente, si así te lo indican.

Bienvenidos a seguir ampliando los conocimientos adquiridos hasta el momento. En esta oportunidad, les invito a poner en práctica sus conocimientos sobre operaciones y propiedades de los conjuntos numéricos básicos, resolución de problemas con fracciones, simplificación de expresiones racionales y propiedades de los sistemas numéricos, tendrán la oportunidad de trazar gráficos y representar conjuntos en la recta numérica mediante intervalos, lo que les permitirá visualizar de manera más clara las soluciones a los problemas que se plantearán en la siguiente unidad.

Y, por último, pero no menos importante, podrán simplificar expresiones aritméticas utilizando las leyes de la potenciación y la radicación, lo que les ayudará a resolver problemas de manera más eficiente y efectiva.

Así que, los invito a poner en práctica todo lo aprendido y a resolver con éxito los ejercicios propuestos en la "Guía de trabajo independiente UNIDAD 1 – ARITMETICA". ¡Manos a la obra!

¡Muy bien! Has terminado el estudio de esta unidad didáctica; ahora sigue estudiando con compromiso, disciplina y dedicación la unidad didáctica 2.

## BIBLIOGRAFÍA


Aabreu L, J. L. y otros. (2019). Adaptación escena interactiva «Potencias y radicales». Mesa C, Marco. Recuperado 10 de octubre de 2019, de https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_4eso_radicales-JS-LOMCE/index.htm

Abreu L, J. L. y otros. Adaptación escena interactiva «Suma y resta de fraccionarios». Mesa C, Marco (2019). Recuperado de https://proyectodescartes.org/uudd/materiales_didacticos/fracciones2_pri-JS/suma4.htm

BALDOR, A. A. (1941). *Álgebra. Cultura Centroamericana, S.A. de C.V. México D.F.* Recuperado de http://www.educando.edu.do/Userfiles/P0001/File/algebrabaldor.pdf

Llopis F, J. L. (2010). *Matefácil.com: Calculadora de mcm y MCD*. Valencia, España. Recuperado de https://www.matesfacil.com/calculadoras/calculadora-online-mcm-mcd-minimo-comun-multiplo-maximo-divisor.html

Profe, A. (2018a). *Intersección de intervalos | Operaciones con intervalos*. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=nx_rvu-yD70

Profe, A. (2018b). *Unión de intervalos*. Recuperado de ttps://www.youtube.com/watch?v=j-5mBl4fInA

Ríos G, J. A. (2013). *SUMA Y RESTA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS*. Cali, Colombia. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=x3k-O_jtxoU

Ríos G, J. A. (2014). *OPERACIONES CON ENTEROS Y SIGNOS DE AGRUPACIÓN - Ejercicio 4*. Cali, Colombia. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=JfduXbPZWAA

Ríos G, J. A. (2016). *Suma de fracciones heterogéneas*. Cali, Colombia. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=603czQ8lQxE

Rivera, A. (2015). *La historia de los números a través del tiempo*. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=rvnYQIqSt9U

Rojas H, C. A. (2017). Libro Interactivo de Aprendizaje: Matemáticas Operativas. Recuperado 14 de octubre de 2019, de https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Matematicas_Basicas-JS/index.html

STEWART, J. (2007). *Precálculo: Matemáticas para el Cálculo. 5ª edición, Ed. Thomson Learning*. Recuperado de https://www.academia.edu/15210886/PRECALCULO_5ta_EDICION_JAMES_STEWART_LOTHAR_REDLIN_SALEEM_WATSON

Swokowski, E., & Cole, J. (2009). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. *Cengage Learning*. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Zill G, Dennis. Dewar, J. (2012). *Algebra, trigonometría y gemetría analítica. (3ª Ed). Editorial Mc Graw Hill.*